

$$\begin{aligned} \text{Since } m \leq f(x, y) \leq M, \quad & \iint_D m \, dA \leq \iint_D f(x, y) \, dA \leq \iint_D M \, dA \quad \Rightarrow \\ m \iint_D 1 \, dA \leq \iint_D f(x, y) \, dA \leq M \iint_D 1 \, dA \quad & \Rightarrow \\ mA(D) \leq \iint_D f(x, y) \, dA \leq MA(D). \end{aligned}$$